73. ročník Matematické olympiády (2023/24)

I. kolo kategorie Z9

Z9–I–1

Pat a Mat se vykoupali v rybníce a pak si dali závod do své chaloupky. V jistém okamžiku platilo, že kdyby Mat měl zdolánu polovinu vzdálenosti, kterou dosud uběhl, chyběl by mu do chaloupky trojnásobek oné poloviční vzdálenosti. V tomtéž okamžiku platilo, že kdyby Pat měl zdolán dvojnásobek vzdálenosti, kterou dosud uběhl, chyběla by mu do chaloupky třetina oné dvojnásobné vzdálenosti.

Kdo byl v daném okamžiku blíž chaloupce? (*L. Hozová*)

Z9–I–2

Sestrojte kosočtverec $ABCD$, ve kterém platí $|AC| = 8\,\text{cm}$ a $|AS| = 7\,\text{cm}$, kde S je středem strany CD. (*K. Pazourek*)

Z9–I–3

V základní škole U Tří dubů, kam chodí i Zikmund, každoročně pořádají vědomostní soutěž, v níž každý soutěžící může získat nejvíce 15 bodů. Letos byl průměrný bodový zisk soutěžících zaokrouhlený na desetiny roven 10,4. Zikmund si po soutěži uvědomil, že jednu otázku si špatně přečetl a odpovídal na něco jiného. Mohl tak mít o 4 body více a průměrný bodový zisk zaokrouhlený na desetiny by se tím zvýšil na 10,6.

Určete, kolik nejméně a kolik nejvíce dětí letos U tří dubů soutěžilo. (*M. Petrová*)

Z9–I–4

Kája měl vynásobit dvě dvojmístná čísla. Z nepozornosti zaměnil pořadí číslic v jednom z činitelů a dostal součin, který byl o 4 248 menší než správný výsledek.

Kolik mělo Kájovi správně vyjít? (*L. Hozová*)

Z9–I–5

Trojúhelník ABC je pravoúhlý s pravým úhlem při vrcholu C. Body A', B', C' jsou obrazy bodů A, B, C postupně ve středových souměrnostech se středy C, A, B. Dokažte, že platí

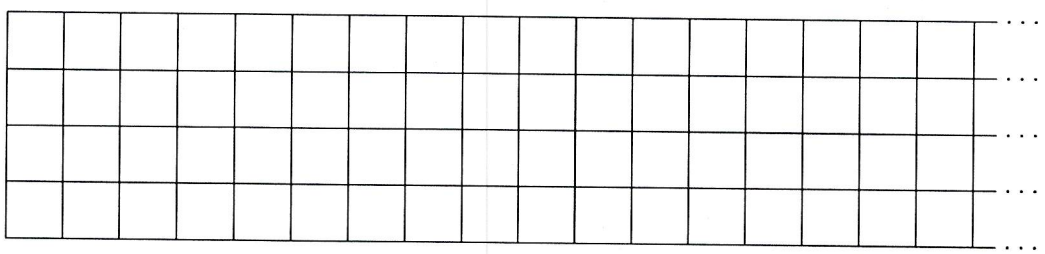
$$|A'B'|^2 + |B'C'|^2 + |C'A'|^2 = 14 \cdot |AB|^2.$$

(*J. Zhouf*)

Z9–I–6

Níže je naznačena část čtvercové sítě sestávající ze 4 řádků a 2023 sloupců.

Určete počet čtverců, jejichž všechny vrcholy jsou uzlovými body čtvercové sítě. (*K. Pazourek*)



Do soutěže se přihlaste na http://osmo.matematickaolympiada.cz